

人类第一次打开素数大门

1995 年我研究哥德巴赫猜想发现新的数论函数 $J_n(w)[1, 2]$, 开创素数理论一个新时代。 $J_n(w)$ 是一个非常有用数学工具, 它会找到广泛的应用。这是人类有史以来最伟大的成就。利用钥匙 $J_n(w)$ 人类第一次打开素数大门, 发现素数分布是非常有规律的, 下面为中学生和大学生介绍我们研究结果。

我们定义奇素数列为:

3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ...。

(1) $3, 5=3+2$, 孪生素数猜想 $P+2$, 是否有无限多个素数 P 使得 $P+2$ 也是素数?

(2) $6=3+3$, 哥德巴赫猜想, 是否每个大于 4 的偶数是两个素数之和? 即 $(1+1)$ 。

这两个猜想是希尔伯特 1900 年提出 23 数学问题中第 11 问题: 素数问题 (包括黎曼假设)。希尔伯特已看出从这两个猜想出发可以打开素数大门。国内外数学家认为这两个问题仍未解决。它们太著名了, 以致任何有关素数的讨论都不能不谈及它们。它们是数学中最伟大的问题, 如此简洁的问题竟然使 250 多年来最优秀的数学家们费尽心机却仍然一筹莫展 [3]。这两个猜想树立在素数数列大门口, 到今天所有数学家都站在大门外瞎猜。如果要进入素数数列大门内, 那更困难。L. Euler 说: “数学家至今都没有发现素数数列中的一些规则, 我们有理由相信它是一个人类智慧尚未洞悉的奥秘 [4]”。20 世纪大数学家 P. Erdős 说: “至少还得再过 100 万年, 我们才可能理解素数。 [5]”

到今天素数数列大门还没有打开, 大门内如何人们一无所知。

下面我们从素数数列大门 3 和 5 开始, 把人们引进素数数列大厦:

定理 1, 有无限多个素数 p 使得 $p+2(=5-3)$ 是素数, $(3, 5)$, 这是第一素数对, 它有无限多素数对。她是孪生素数定理, 是素数数列第一定理。到今天她还没有被数论家理解和解决, 数论家还没有进入素数大门, 在素数数列大门外瞎猜, 所有成果只是昙花一现。蒋春暄是第一个进入素数数列大门的数论家, 因为他发现新的数论函数 $J_n(w)$ 函数。今天如果还有数论家说孪生素数是数论难题, 只能说他们对素数数列无知。它是小学生一道算术题。

定理 2, $J_2(3)=0$, 只有一个素数 $p=3$ 使得 $p+2(=5-3)$ 和 $p+4(=7-3)$ 都是素数, $(3, 5, 7)$, 它只有一素数组。

定理 1 和定理 2 是素数分布一个基本规律, 下面我们用这一规律研究素数分布。

从 3 素数数列结束, 从 5 素数数列开始:

定理 3, 有无限多个素数 p 使得 $p+2(=7-5)$ 和 $p+6(=11-5)$ 都是素数, $(5, 7, 11)$, 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 4, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8(=13-5)$ 都是素数, $(5, 7, 11, 13)$, 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 5, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8$ 和 $p+12(=17-5)$ 都是素数, $(5, 7, 11, 13, 17)$, 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 6, $J_2(5)=0$, 只有一个素数 $p=5$ 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12$ 和 $p+14(=19-5)$ 都是素数, (5, 7, 11, 13, 17, 19), 它只有一素数组。

从 5 素数数列结束, 从 7 素数数列开始:

定理 7, 有无限多个素数 p 使得 $p+4(=11-7), p+6(=13-7), p+10(=17-7), p+12(=19-7)$ 和 $p+16(=23-7)$, (7, 11, 13, 17, 19, 23)。

定理 8, $J_2(7)=0$ 只有一个素数 $p=7$ 使 $p+4, p+6, p+10, p+12, p+16$ 和 $p+22(=29-7)$ 都是素数, (7, 11, 13, 17, 19, 23, 29), 它只有一素数组。

从 7 素数数列结束, 从 11 素数数列开始。

定理 9, 有无限多个素数 p 使得 $p+2(=13-11), p+6(=17-11), p+8(=19-11), p+12(=23-11), p+18(=29-11)$ 和 $p+20(=31-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31)。

定理 10, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26(=37-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37)。

定理 11, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26$ 和 $p+30(=41-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41)。

定理 12, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30$ 和 $p+32(=43-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43)。

定理 13, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30, p+32$ 和 $p+36(=47-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47)。

定理 14, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30, p+32, p+36$ 和 $p+42(=53-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53)。

定理 15, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30, p+32, p+36, p+42$ 和 $p+48(=59-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59)。

定理 16, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30, p+32, p+36, p+42, p+48$ 和 $p+50(=61-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61)。这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 17, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30, p+32, p+36, p+42, p+48, p+50$ 和 $p+56(=67-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67), 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 18, $J_2(11)=0$, 只有一个素数 $p=11$ 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, p+18, p+20, p+26, p+30, p+32, p+36, p+42, p+48, p+50, p+56$ 和 $p+60(=71-11)$ 都是素数, (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71), 它只有一素数组。

从 11 素数数列结束, 从 13 素数数列开始:

定理 19, 有无限多个素数 p 使得 $p+4, p+6, p+10, p+16, p+18, p+24, p+28, p+30, p+34, p+40, p+46, p+48, p+54, p+58$ 和 $p+60$ 都是素数, (13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,

47, 53, 59, 61, 67, 71, 73), 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 20, 只有一个素数 $p=13$ 使得 $p+4, p+6, p+10, p+16, p+18, p+24, p+28, p+30, p+34, p+40, p+46, p+48, p+54, p+58, p+60, p+66, p+70, p+76, p+84, p+88, p+90$ 都是素数, (13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103), 它只有一素数组。

从 13 素数数列结束, 从 17 素数数列开始:

定理 21, 有无限多个素数 p 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, \dots, p+80, p+84$ 都是素数, (17, 19, \dots , 97, 101), 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 22, 只有一个素数 $p=17$ 使得 $p+2, p+6, p+8, p+12, \dots, p+84, p+86$ 都是素数, (17, 19, \dots , 101, 103), 它只有一素数组。

从 17 素数数列结束, 从 19 素数数列开始:

定理 23, 有无限多个素数 p 使得 $p+4, p+10, p+12, \dots, p+160, p+162$ 都是素数, (19, 23, \dots , 179, 181), 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 24, 只有一个素数 $p=19$ 使得 $p+4, p+10, p+12, \dots, p+162, p+172$ 都是素数, (19, 23, \dots , 181, 191), 它只有一素数组。

从 19 素数数列结束, 从 23 素数数列开始:

定理 25, 有无限多个素数 p 使得 $p+6, p+8, p+14, \dots, p+170, p+174$ 都是素数, (23, 29, \dots , 193, 197), 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 26, 只有一个素数 $p=23$ 使得 $p+6, p+8, p+14, \dots, p+206, p+210$ 都是素数, (23, 29, \dots , 229, 233), 它只有一素数组。

从 23 素数数列结束, 从 29 素数数列开始:

定理 27, 有无限多个素数使得 $p+2, p+8, p+12, \dots, p+282, p+284$ 都是素数, (29, 31, 37, \dots , 311, 313), 这是第一素数组, 它有无限多素数组。

定理 28, 只有一个素数 $p=29$ 使得 $p+2, p+8, p+12, \dots, p+284, p+288$ 都是素数, (29, 31, 37, \dots , 313, 317), 它只有一素数组。

定理 1 至定理 28 是素数分布形成的规律, 它是素数表理论基础。如用计算机进行研究非常方便。我并给出计算素数 p 个数的公式。定理 1 是孪生素数定理, 它不是数论难题, 连小学生都可理解的算术题。

定理 29, 哥德巴赫定理, 每个大于 4 的偶数是两个素数之和。 $6=3+3, 8=5+3$ 。它不是数学难题, 它是小学生一道算术题。

定理 30, 每个大于 7 的奇数是三个素数之和, $9=3+3+3, 11=3+3+5$ 。

定理 31, 有无限多个素数 p 使得 $p+6, p+12, p+18$ 都是素数, (5, 11, 17, 23)。

定理 32, 只有一个素数 $p=5$ 使得 $p+6, p+12, p+18, p+24$ 都是素数, (5, 11, 17, 23, 29)。

定理 33, 有无限多个素数 p 使得 $p+30, p+60, p+90, p+120, p+150$ 都是素数, (7, 37,

67, 97, 127, 157)。

定理 34, 无素数 p 使得 $p+30, p+60, p+90, p+120, p+150, p+180$ 都是素数。

定理 35, 有无限多个素数 p 使得 $p+210, p+420, p+630, p+840, p+1050, p+1260, p+1470, p+1680, p+1890$ 都是素数, (199, 409, 619, 829, 1039, 1249, 1459, 1669, 1879, 2089)。

定理 36, 无素数 p 使得 $p+210, p+420, p+630, p+840, p+1050, p+1260, p+1470, p+1680, p+1890, p+2100$ 都是素数。

定理 31 至定理 36 是 2006 年国际数学家大会获菲尔茨奖陶哲轩宣布证明存在任意长的素数等差数列。因为他没有证明素数中最简单孪生素数猜想, 那么陶哲轩的结果只能算是一个猜想。

定理 37, 只有一个素数 $p=3$ 使得 p^2+2 是素数, (3, 11)。

定理 38, 有无限多个素数 p 使得 p^2+4 是素灵敏, (3, 13)。

定理 39, 有无限多个素数 p 使得 p^2+6 是素数, (5, 31)。

定理 40, 有无限多个素数 p 使得 p^3+2 是素数, (3, 29)。

定理 41, 有无限多个素数 p 使得 p^3+4 是素灵敏, (3, 31)。

定理 42, 有无限多个素数 p 使得 p^2+6, p^2+12, p^2+18 都是素数, (5, 31, 37, 43)。

定理 43, 有无限多个素数 p 使得 $p^2+30, p^2+60, p^2+90, p^2+120, p^2+150$ 都是素数, (11, 151, 181, 211, 241, 271)。

定理 44, 有无限多个素数 p 使得 $p+6, p+30, p+210$ 都是素数, (13, 19, 43, 223)。

定理 45, 有无限多个素数 p 使得 $p+6, p^2+12, p^3+18$ 都是素数, (37, 43, 1381, 50671)。

定理 46, 有无限多个素数 p 使得 $3p-2, 9p-8, 27p-26$ 都是素数, (5, 13, 37, 109)。

定理 47, 有无限多个素数 p 使得 $3p+2, 9p+8, 27p+26$ 都是素数, (29, 89, 269, 809)。

定理 48, 有无限多个素数 p 使得 $5p+6, 6p+5$ 都是素灵敏, (7, 41, 47)。

定理 49, 有无限多个素数 p 使得 $5p^2+6, 6p^2+5$ 都是素数, (29, 4211, 5051)。

定理 50, 有无限多个素数 p 使得 $5p^3+6, 6p^3+5$ 都是素数, (7, 1721, 2063)。

除哥德巴赫猜想和孪生素数猜想外, 上面 48 个定理在素数书中都很难找到。我们几乎把所有素数分布问题都已解决了, 已经标准化, 第一步确定每一个素数方程式必须是不可约的; 第二步如 $J_n(w)=0$, 那么它只能有限个素数解。如 $J_n(w)>0$, 那么它有无限多个素数解; 第三步我们给出计算素数 p 个数的公式。

在网上我将对 50 个定理详细地证明给出。让中学生和大学生都能了解这种证明, 作为一种比较高级科普工作, 在世界上最伟大难题哥德巴赫猜想。中国大学生都能证明。这样就大大地提高中国数学水平, 产生中国菲尔茨奖。

在 2000 多年前欧几里得证明素数有无限多个以来。数学家终于找到素数定理 $N/\ln N$ 。在素数分布中的成果几乎等于零。因为素数分布第一个猜想: 孪生素数猜想都没有解决。他们并不了解哥德巴赫猜想和孪生素数猜想的内涵, 只是象小学生玩算术题那样研究。并没有从中得出重要数学成果, 在素数大门外瞎猜。

一个最简单的哥德巴赫猜想闹了 250 多年。我们的发现至少把素数研究提前一千年，也许两千年，下一步进入素数大厦，对素数进行分类，并找出它们的应用，这样证明不管事物多么复杂，它总是有规律的，它总是可以认识的。

证明数学猜想，不是对猜想证明，而是它背后的证明方法和工具。从它得出结果更精彩，更伟大的工具，我们证明费马大定理得出最伟大的费马数学，证明哥德巴赫猜想得出最伟大的工具 $J_n(w)$ 。哥德巴赫猜想比庞加莱猜想重要一百万倍，两者无法比较，一个天上，一个地下。如果你证明猜想没有独创的工具和方法，这种证明没有任何意义，好象小学生在玩算术计算。所有数学家必须记住这一点。

素数朋友，利用我的书[2]你们可写两本书：素数表理论和素数分布理论，每本书大约一千个定理，在国内外出版你将成为当代大数学家。可以获世界数学大奖，在这领域研究中一定会产生一批大数学家，这是时代发展的需要，将出现一个新数论时代。我所有结果都是手算的，我不会用计算机。用四页证明了费马大定理，用 10 行证明了哥德巴赫猜想，如证明一个定理和一个猜想超过 50 页，这种证明只能算是一种猜想。

我不需要任何支持，喜欢一个人工作，我没数论老师，也没数论朋友，发现费马数学证明费马大定理，发现 $J_n(w)$ 证明哥德巴赫猜想，我没参考任何数学家的工作，中国不承认我的工作，对我没有任何影响，书在美国出版，已上网，除了我的研究之外，我不关心其他的事情。佩雷尔曼文章没有发表只上网同样获得庞加莱猜想奖，我向佩雷尔曼学习，什么也不要，献给母校北航被拒绝，国外无人反对，国内网上一帮人胡说八道攻击我。对我毫无影响，感谢他们为我作大广告，政治，权势和支配力在中国数学界得到合法地位，就让他们干下去吧！数学不是技术不能从国外引进，要发展中国数学必须依靠中国自己，美国数论也不是最先进的。

参考文献

1. 蒋春暄. 论余新河-哥德巴赫素数定理, 广西科学, 1996, 3 (1), 9-12.
2. 蒋春暄. Foundations of Santilli's isonumber theory with application to new cryptograms, Fermat's theorem and Goldbach's conjecture. Inter. Acad. Press, 2002, MR2004c: 11001, www.i-b-r.org.
3. 本桥洋一. 数学译林, 2006, P176.
4. 数学译林, 2003, 3, P107.
5. 保罗·霍夫曼, 阿基米德的报复, 中国对外翻译出版公司, 1997, P3.

蒋春暄
2006.9.5